
Lexikon

der



Astrophysik

von



Andreas Müller

aus dem

Wissensportal für Astrophysik

<http://www.mpe.mpg.de/~amueller>

April 2007

Abbildungsverzeichnis

4.1	Klassischer Casimir-Effekt zwischen zwei Metallplatten.	2
4.2	Mach-Kegel der Cerenkov-Strahlung eines relativistischen, geladenen Teilchens.	5
4.3	Comptonisierung.	13

4 Lexikon C

4.1 Carter-Konstante

Konstanten der Bewegung sind beim Betrachten von physikalischen Systemen von großem Interesse. Ihre Existenz vereinfacht die mathematische Behandlung des Problems sehr. Meist ergibt sich die Konstanz einer physikalischen Größe aus den Symmetrien des Systems, wie das *Noether-Theorem* fordert.

4.1.1 Eine spezielle Konstante der Kerr-Raumzeit

Eine Diskussion der Symmetrien einer Raumzeit, die im Zusammenhang mithilfe der Isometrien eine elegante Formulierung gewinnt, ist immer von Vorteil, auch bei den Raumzeiten Schwarzer Löcher. Für eine spezielle Metrik, der Kerr-Metrik, die rotierende Massen und rotierende Schwarze Löcher gut beschreibt, ergeben sich vier Erhaltungsgrößen (oder Integrale der Bewegung). Die Gesamtenergie aus der Symmetrie Stationarität, der Drehimpuls aus der Axialsymmetrie, die Masse und die so genannte Carter-Konstante. Diese **4. Konstante der Bewegung** ist spezifisch für die Raumzeit rotierender Schwarzer Löcher und mit dem transversalen Impuls der Teilchen assoziiert.

4.1.2 Dazu verwendet man die Konstanten

Ihre Existenz sichert eine elegante Lösung der Geodätengleichung in der Kerr-Metrik über die Bewegungsintegrale. *Brandon Carter* fand diese Konstante 1968 aus der Separabilität der Hamilton-Jacobi-Gleichung. Ihm zu Ehren trägt sie diesen Namen. Der Hamilton-Jacobi-Formalismus ist ein mathematischer Zugang, der bereits in der klassischen Mechanik angewendet wurde und auf Variationsverfahren des Wirkungsfunktionals beruht. Das Wirkungsfunktional wird für physikalisch realisierte Bahnen minimiert!

4.1.3 Vom rotierenden Loch zum rotierenden Stern

Ob ein Analogon für die Carter-Konstante in der Metrik rotierender Neutronensterne existiert, ist eine offene Frage. Im August 2000 wurde die exakte (Vier-Parameter) Lösung für den Außenraum der Metrik rotierender Neutronensterne gefunden (*Manko et al. 2000*). Die metrischen Funktionen lassen sich mithilfe gebrochener rationaler Funktionen recht einfach formulieren. Die wesentlichen physikalischen Parameter dieser Lösung sind Masse des Neutronensterns, Drehimpuls, magnetisches Dipolmoment und Massen-Quadrupolmoment.

4.2 Casimir-Effekt

Der Casimir-Effekt ist nach dem Physiker *Hendrick B.G. Casimir* benannt, der diesen Effekt 1948 berechnet hat. Der Effekt besagt, dass zwei parallel ausgerichtete Metallplatten sich im Vakuum anziehen!

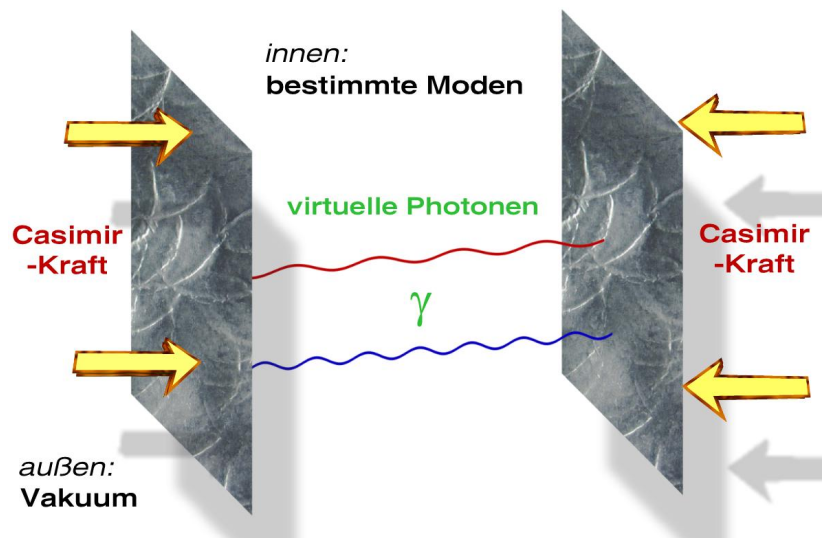


Abbildung 4.1: Klassischer Casimir-Effekt zwischen zwei Metallplatten.

4.2.1 Wer schiebt denn da?

Hinter diesen fast wie Zauberei anmutenden Effekt steckt als Erklärung 'handfeste' Quantentheorie: das Quantenvakuum ist nicht völlig leer. Das elektromagnetische Feld besitzt ebenfalls eine **Nullpunktenergie** (oder **Vakuumfluktuationen**) und entsprechend **Schwingungsmoden** (oder Wellenfunktion) zu diesen Energieeigenwerten. Im Vakuum zwischen den Metallplatten können jedoch **nicht alle** freien Schwingungsmoden (Schwingungsfrequenzen) existieren: durch den endlichen Abstand zwischen den metallenen Platten werden diejenigen Schwingungsmoden 'ausgeblendet', deren Vielfaches der Wellenlänge nicht mit dem Plattenabstand übereinstimmt (siehe Grafik 4.1). Um das zu zeigen, löst man quantenmechanisch die Schrödinger-Gleichung in einem Kasten und findet für diese Anordnung paralleler Platten weniger Schwingungsmoden als im Fall ohne Platten. Anschaulich würden Schwingungsmoden die nicht in einem Knoten auf den Plattenoberfläche enden Ladungen in den Platten verschieben, also elektrische Ströme erzeugen. Die Voraussetzung, dass es sich um ungeladene **Metallplatten** handeln soll ist wesentlich, weil nur sie das elektromagnetische Feld zwischen den Platten reflektieren können. Anders formuliert können zwischen den Leiterplatten nur **virtuelle** Photonen bestimmter Frequenz entstehen.

Die Folge dieses Defizits an Schwingungsmoden innerhalb der Platten gegenüber dem Bereich außerhalb der Plattenanordnung ist ein **Quantendruck** bzw. eine **Casimir-Kraft** von außen, der die Platten zusammenbringt. Damit ist der Casimir-Effekt ein makroskopischer Beleg der mikroskopischen Quantenfluktuationen!

4.2.2 Varianten der Casimir-Experimente

Experimentell wurde der Casimir-Effekt 1997 von dem amerikanischen Physiker *Steve Lamoreaux* mit einer geringfügig anderen Versuchsanordnung, nämlich einer Metallplatte vor einem Metallkugelsegment im Distanzbereich von 0.6 bis 6 Mikrometern verifiziert,

d. h. tatsächlich gemessen! Mit dieser Anordnung konnte Lamoreaux die exakt parallele Ausrichtung der Platten umgehen, die im ursprünglichen Ansatz nötig gewesen wäre. Er verwendete ein Torsionspendel und piezo-elektrische Druckmesser, um die Casimir-Kraft zu messen. Im betrachteten Bereich betrug sie etwa 10 nN (Nanonewton), also einer Gewichtskraft wie sie eine Masse von einem Mikrogramm auf eine Unterlage ausübt.

Als Variante des klassischen Casimir-Effekts stellt sich eine Anordnung dar, wo Atomkerne in den 'Fermi-See' der Neutronen eintauchen. Die Casimir-Kräfte könnten für eine Umordnung der Atomkerne sorgen oder die Bewegung der Neutronen im Fermi-See beeinflussen, was eine Relevanz in der Kruste eines Neutronensterns oder eines Quarksterns haben könnte.

Ein anderes Beispiel sind die Fußballmoleküle C-60 (Gattung der Fullerene), die eingetaucht in den Fermi-See von Elektronen (beispielsweise in flüssiges Quecksilber) ein ähnlichen Effekt zeigen sollten (*Wirzba & Bulgac 2001*).

4.2.3 wissenschaftliche Veröffentlichungen

- ◇ *Lamoreaux, S.*: Demonstration of the Casimir Force in the 0.6 to 6 μm Range, Physical Review Letters **78**, 5, 1997
- ◇ *Wirzba, A. & Bulgac, A.*: Casimir Interaction among Objects Immersed in a Fermionic Environment, Physical Review Letters **87**, 120404, 2001

4.3 Cauchy-Fläche

Die Cauchy-Fläche oder **Cauchy-Horizont** ist eine besondere Fläche, die im Verständnis Schwarzer Löcher eine Rolle spielt. Man definiert sie wie folgt: *Eine Cauchy-Fläche ist eine Hyperfläche einer Raumzeit, die eine kausale Kurve exakt nur einmal schneiden kann.*

4.3.1 Bitte im Klartext!

Dies bedarf sicher einiger Erklärungen: Eine Raumzeit ist eine vierdimensionale Mannigfaltigkeit, die eine Lösung der Einsteinschen Feldgleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) ist. Eine Hyperfläche zu diesem 4D-Gebilde ist deshalb dreidimensional. Im ADM-Formalismus wird die Raumzeit beispielsweise in Hyperflächen zerlegt, um numerische Relativitätstheorie betreiben zu können (3+1 Split). Mit der oben genannten **kausalen Kurve** meint man eine Weltlinie, also eine Kurve in der Raumzeit, die beispielsweise ein Beobachter oder ein Materieteilchen zurücklegt. Kausale Kurven sind aber nicht in die Vergangenheit fortzusetzen! Die Bedingung des 'Einmalschneidens' bedeutet also anschaulich, dass Cauchy-Flächen *nur in einer Richtung durchlässig* sind.

4.3.2 Mehr Horizonte beim Loch

Der Bezug zu Schwarzen Löchern ist der Folgende: Betrachtet man die Kerr-Lösung, die die rotierende Raumzeit Schwarzer Löcher beschreibt, so findet man beim Nullsetzen des Delta-Potentials in Boyer-Lindquist-Koordinaten im Allgemeinen zwei Lösungen dieser quadratischen Gleichung:

$$r_{\text{H}}^{\pm} = M \pm \sqrt{M^2 - a^2}$$

Die eine bezeichnet man mit r_+ und kann gerade mit dem Ereignishorizont, dem **äußeren Horizont** Schwarzer Löcher, identifiziert werden. Die andere Lösung, r_- , ist der **innere Horizont** und besagte Cauchy-Fläche.

4.3.3 Seltsame Effekte am Cauchy-Horizont

Gelangt nun ein Beobachter auf einer Geodäte hinter den Cauchy-Horizont, so wird er Zeuge, wie die gesamte Geschichte der Außenwelt in Zeitraffer abläuft. Denn er erreicht eine **Region unendlicher Blauverschiebung**. Dummerweise wird er dann auch von einem energetisch betrachtet unendlichen Strahlungsblitz getroffen.

Eine seltsame Eigenschaft von Cauchy-Horizonten ist, dass sie singulär werden, wenn sie durch Objekte, die sie passieren, gestört werden. Cauchy-Horizonte sind **singuläre Nullhyperflächen**. Diese seltsamen Eigenschaften deuten darauf hin, dass hier die Domäne einer Quantengravitation beginnt.

4.3.4 Literatur:

- ◇ Chandrasekhar, S.: The Mathematical Theory of Black Holes (1983), S.214
- ◇ Townsend, P.K.: Black Holes (1997), Preprint: gr-qc/9707012

4.4 Cepheiden

In der Astronomie kennt man Sterne, die regelmäßig ihre Helligkeit verändern. Eine spezielle Klasse dieser so genannten Veränderlichen sind die *Cepheiden*.

4.4.1 Periodisches Ausdehnen und Zusammenziehen dirigiert die Sternhelligkeit

Der Prototyp der Cepheiden heißt genau gesagt *Delta-Cephei* und befindet sich im Sternbild *Cepheus* (auch *Kepheus*). Diese Sterne wurden 1912 von der Astronomin *Henrietta S. Leavitt* entdeckt. Ebenso wie die RR Lyrae Sterne sind die *Cepheiden* Pulsationsveränderliche, die eine charakteristische **Perioden-Leuchtkraft-Beziehung** aufweisen. D.h. man kennt automatisch aus der Messung der Helligkeitsvariationsperiode die absolute Leuchtkraft. Mit der beobachteten Leuchtkraft, der scheinbaren Helligkeit, folgt über das Distanzmodul die Entfernung. Daher sind *Cepheiden* sehr gute Standardkerzen: sie sind **gute Entfernungsindikatoren** bis knapp zum Virgo-Galaxienhaufen (Entfernung 23 Mpc) und dienen so auch der Entfernungsbestimmung extragalaktischer Systeme.

Da sie intrinsisch viel heller sind als RR Lyrae Sterne, kann man sie auch bei viel größeren Entfernungen als Distanzmesser verwenden. *Cepheiden* werden in klassische **Typ-I-Cepheiden** (vergleichbar *Delta-Cephei*) und **Typ-II-Cepheiden** (eher wie *W Virginis Sterne*) unterschieden: Typ-I ist ebenso Population I, also jüngere Sterne, die sich in der galaktischen Scheibe befinden. Dagegen findet man Typ-II nur in den galaktischen Halos, in den Kugelsternhaufen, wie auch die RR Lyrae Sterne.

4.4.2 Ursachen im Sterninnern

Alle diese Pulsationsveränderliche findet man im Hertzsprung-Russell-Diagramm auf dem **Instabilitätsast**, oberhalb der Hauptreihe. Die Brennphasen sind auf diesem Ast instabil,

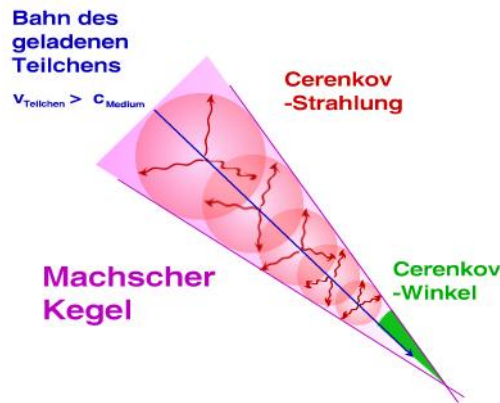


Abbildung 4.2: Mach-Kegel der Cerenkov-Strahlung eines relativistischen, geladenen Teilchens.

so dass die Zustandsgrößen des Sterns und schließlich auch seine Helligkeit variieren.

Die Pulsation der Cepheiden kann modelliert werden, indem man eine stehende Schallwelle annimmt die durch das Sterninnere propagiert und am Kern sowie der Sternoberfläche reflektiert wird. Die Schallgeschwindigkeit ist generell abhängig von der Temperatur und der Masse der Spezies, die sie überträgt. Infolgedessen variiert die Schallgeschwindigkeit im Sterninnern. Diese einfachen Modelle führen bereits auf simple Perioden-Leuchtkraft-Beziehungen, die mit Cepheidenbeobachtungen verglichen werden können.

4.5 Cerenkov-Strahlung

Diese besondere Form der Strahlung ist das **optische Analogon** zum akustischen Überschallknall, den jeder von Düsenjets kennt, die sich mit Überschallgeschwindigkeit bewegen. Bei einer Geschwindigkeit von 1 Mach (einfacher Schallgeschwindigkeit in Luft) bzw. einer Machzahl von 1 wird die 'Schallmauer durchbrochen' und ein Überschallknall breitet sich gut hörbar aus. Die nacheinander entlang der Flugrichtung emittierten kugelförmigen Schallwellen bilden als Einhüllende im Raum einen Kegel, den **Machschen Kegel**. Dieser hat einen umso kleineren Öffnungswinkel, je schneller sich das Objekt mit *supersonischen* Geschwindigkeiten (d. h. schneller als der Schall) durch die Luft bewegt – siehe Abbildung 4.2.

4.5.1 Vom Schall zu Licht

Ein vergleichbares Phänomen tritt ein, wenn ein relativistisches, geladenes Teilchen ein transparentes Medium wie Wasser oder Eis durchläuft und eine höhere Geschwindigkeit hat, als die des Lichtes in diesem Medium. Dann emittiert es (analog zum obigen Beispiel der Kugelschallwellen) die Cerenkov-Strahlung. Auch hier bildet sich als Einhüllende der Machsche Kegel aus. Die Abstrahlung unter einem konstantem Winkel, dem **Cerenkov-Winkel** θ_C , hängt nur von der Teilchengeschwindigkeit v und der Mediumlichtgeschwindigkeit c_m ab: $\cos \theta_C = c_m/v = c/(nv)$ mit der Vakuumlichtgeschwindigkeit c und dem Brechungsindex n . In Wasser liegt der Cerenkov-Winkel für relativistische Myonen bei etwa

40 Grad. Ebenso lässt sich abschätzen wie viele Cerenkov-Photonen im Mittel pro Wegstrecke emittiert werden. Typische Werte sind 200 Photonen/cm.

4.5.2 Ausnutzung in der Teilchendetektion

Das Phänomen der Cerenkov-Strahlung nutzt man bei Hochenergieastrophysik aus, um hochenergetische Teilchen aus dem Kosmos zu messen. Das funktioniert auch bei Neutrino-Teleskopen: die Neutrinos durchqueren Materie bekanntermaßen ohne erhebliche Wechselwirkungen einzugehen, daher nennt man sie gerade *schwach wechselwirkende* Teilchen (siehe auch bei den 'schweren Brüdern', den WIMPs). Es gibt jedoch eine geringe Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie mit den Nukleonen der Atomkerne kollidieren und aus diesem Prozess Myonen hervorgehen. Es gibt in den Nukleon-Neutrino-Stößen zwei Möglichkeiten, wie die Sache ausgehen kann. Die Teilchenphysiker sprechen hier von zwei Zerfallskanälen: den einen nennt man **NC** für *neutral current*, weil hier keine geladenen Teilchen entstehen, nur wieder neue Neutrinos; den anderen - hier wesentlichen Kanal - nennt man **CC** für *charged current*, weil hier geladene Teilchen erzeugt werden: die *Myonen*. Aus Gründen der Leptonenzahlerhaltung muss bei diesen neutrino-induzierten Myonen das einlaufende Neutrino von der Myon-Familie, also ein Myon-Neutrino, sein. Zwischen den beiden Teilchenspuren von Neutrino und Myon gibt es einen leichten Versatz, der von der Neutrinoenergie E abhängt. Die mittlere Winkelabweichung beträgt $(1.5 \text{ Grad})/(E/\text{TeV})^{1/2}$, also 1.5 Grad für ein 1 TeV-Myon-Neutrino und bereits ganze 47 Grad für ein 1 GeV-Myon-Neutrino. Je schneller ('relativistischer') sich also das Neutrino bewegt, umso geringer ist der Versatz der sekundären Reaktionsprodukte! Diese Kenntnis dient natürlich der Rekonstruktion des Ortes der Neutrino-Emitter. Ein aktuelles, brisantes Forschungsgebiet ist die UHE-Neutrinoastronomie, die ultra-hochenergetische (*ultra-high energetic*, kurz UHE) Neutrinos sucht, die extragalaktische Quellen, wie die AGN (vor allem Blazare), galaktische Quellen wie Mikroquasare oder (langzeitige) Gamma Ray Burster emittiert haben könnten.

4.5.3 Teilchenjagd am Südpol

In der Antarktis wird das riesige Eisschild als Detektormaterial und Cerenkov-Medium benutzt. Das *Antarctic Muon And Neutrino Detector Array* AMANDA nutzt einen 1 km³ Eisblock, auf dessen Boden, 3 km tief im Eis eine Reihe von lichtempfindlichen Detektoren (*photomultiplier tubes*, PMTs) angeordnet wurden. Je nachdem wie die Detektoren ansprechen, lässt sich die Myon und schließlich die Neutrinospur rekonstruieren. Schließlich deutet diese Spur auf die kosmische Quelle am Himmel. Probleme bereitet das Rauschen **atmosphärischer Myonen**, die bereits in der Erdatmosphäre und nicht im Eis gebildet wurden. Sie sind auch in der Regel **nicht neutrino-induziert**, sondern bilden sich durch die Wechselwirkung der Kosmischen Strahlung (bestehend aus einem Konglomerat aus Protonen, Alphateilchen, Elektronen etc.). Ebenso problematisch sind sekundäre Cerenkov-Emitter entlang der Myonenspur aus weiteren Zerfallsprodukten von Myonen. Erst die Reduktion der Messdaten von diesen Störeffekten wird eine sichere Lokalisierung der kosmischen Quelle gestatten.

4.5.4 Quellen

- ◇ AMANDA-Kollaboration in Mainz

◇ Dirk Pandel, Diplomarbeit, 1996

4.6 Chandrasekhar-Grenze

Die Chandrasekhar-Grenze markiert die charakteristische Massengrenze für kompakte, stellare Objekte von etwa **1.4587 Sonnenmassen** (mit einer geringfügigen Abhängigkeit von der chemischen Zusammensetzung):

$$M_{\text{Ch}} = 1.4587 \times \left(\frac{2}{\mu_e} \right)^2 M_{\odot}$$

Die Bezeichnung wurde zu Ehren des indischen Astrophysikers *Subrahmanyan Chandrasekhar* (1910 - 1995) gewählt, der realistische Sternmodelle mit idealen Fermigasen bereits 1935 berechnet hat. Chandrasekhar gilt als einer der großen Relativisten und theoretischen Astrophysiker. 1983 erhielt er den Nobelpreis für Physik für seine Arbeit auf dem Gebiet des Sternaufbaus und der Sternentwicklung. Sein Buch *The Mathematical Theory of Black Holes* (1983) ist bis heute ein wichtiger Grundpfeiler der relativistischen Astrophysik und der Theorie der Schwarzen Löcher. Der amerikanische Röntgensatellit **Chandra** wurde ihm zu Ehren so getauft.

4.6.1 Ganz schön dicht

Diese Massendomäne kompakter Objekte ist gerade typisch für Weiße Zwerge, der kompakten Endkonfiguration eines massearmen Sterns, wie der Sonne. Das Elektronengas im Innern des Sterns wird erst bei hohen Dichten relativistisch, ab etwa 10^6 g cm^{-3} . In normalen Sternen ist das nicht gegeben. Erst wenn er am Ende seiner stellaren Entwicklung im Gravitationskollaps kollabiert, kann der kompakte Kern im Innern ein relativistisches Elektronengas bilden. Die Objekte nahe an der Chandrasekhar-Grenzmasse sind daher typischerweise Weiße Zwerge. Aber auch viel leichteren Braunen Zwerge werden durch den Entartungsdruck stabilisiert.

4.6.2 Wenn Quanten drücken

Nein, hier drückt nicht der Schuh, sondern es sind quantenmechanische Teilchen, die sich gegen weitere Kompression wehren. Doch oberhalb der Chandrasekhar-Masse, kann der Stern nicht mehr durch den **Entartungsdruck relativistischer Elektronen** im hydrostatischen Gleichgewicht gehalten werden und muss zu einem noch kompakteren Objekt kollabieren, beispielsweise einem Neutronenstern, Magnetar, Quarkstern oder bei sehr großer Überschreitung der Massengrenze zu einem stellaren Schwarzen Loch (oder zu alternativen Objekten wie Gravasternen oder Holosternen?).

4.6.3 Quantenstatistik: Fermionen sind ungesellig

Es folgt nun eine kurze Skizzierung, wie man auf den Zahlenwert der Chandrasekhar-Grenze kommt. Erst die *Fermi-Dirac-Statistik* für Fermionen (Spin1/2-Teilchen), die 1926 entdeckt wurde, ermöglicht eine Beschreibung des Innern kompakter Objekte, die jedoch noch aus Elektronen, Nukleonen und Atomkernen bestehen. Anschaulich gesprochen kann man ein ideales Fermigas nicht beliebig komprimieren: das Pauli-Prinzip verbietet, dass Fermionen (wie Elektronen oder Neutronen) einen gleichen Quantenzustand besetzen können. Anders

gesagt, setzen die Fermionen bei Kompression des Fermigases einen Druck entgegen, den Entartungsdruck der Elektronen. Der Entartungsdruck kann durch Integration über die Impulskugel von Impuls null bis zum Fermi-Impuls berechnet werden. Der Gravitationskollaps wird daher unterhalb der Chandrasekhar-Grenze gestoppt: es bildet sich eine stabile, stellare, aber kompakte Konfiguration aus: ein Weißer Zwerg.

Mathematisch geht man von der Bedingung für hydrostatisches Gleichgewicht aus und setzt eine polytropische Zustandsgleichung an. Die Einführung dimensionsloser Variablen führt dann auf die *Lane-Emden-Gleichung*, die fundamental ist in der Stellarphysik und numerisch gelöst werden kann. Die bekannten Gleichungen für Masse und Radius eines Sterns führen auf **Masse-Radius-Beziehungen** für entartete Sterne, die noch vom Polytropenindex n abhängen. Nun kann man zwei Regime unterscheiden:

- ◇ den nicht-relativistischen Fall $n = 3/2$
- ◇ und den relativistischen Fall $n = 3$.

4.6.4 Eine Frage der Zusammensetzung

Der letzte Fall für relativistische Elektronen, der typischerweise für Dichten größer als 10^6 g cm^{-3} erfüllt ist, zeigt **keine Abhängigkeit** mehr vom Radius bzw. von der Zentraldichte, sondern nur eine schwache Abhängigkeit von der chemischen Zusammensetzung. Sie wird parametrisiert durch den Parameter Y_e :

$$\frac{1}{\mu_e} \equiv Y_e = \sum_i \frac{Z_i X_i}{A_i},$$

dabei gilt

$$\sum_i X_i = 1.$$

Eine realistische Annahme aus der Kenntnis thermonuklearer Fusionsprozesse im Innern massearmer Sterne ist, dass infolge des Wasserstoffbrennens (siehe pp-Kette) und des CNO-Zyklus der kompakte Sternkern zu gleichen Teilen (Parameter X_i) aus Helium, Kohlenstoff und Sauerstoff besteht. Das führt gerade auf einen Parameter für die chemische Zusammensetzung von $Y_e = 0.5$ (wobei Z_i die Kernladungs- oder Ordnungszahl und A_i die Atommasse des Elements i bezeichnet). Bei diesem Zahlenwert kommt man auf die Chandrasekhar-Grenze, die dann bei 1.4587 Sonnenmassen liegt (siehe erste Abbildung). Diese Massengrenze kann durch starre Rotation des Weißen Zwergs nicht wesentlich verändert werden: die Zentrifugalkraft hat demnach keinen gravierenden Effekt in der Gleichung für hydrostatisches Gleichgewicht.

Die Weißen Zwerge befinden sich gerade am **relativistischen Limit**, so dass die eigentlich zu verwendenden *Tolman-Oppenheimer-Volkoff-Gleichungen* für das Innere des Weißen Zwergs nur eine kleine Korrektur bringen. Die Newtonsche Näherung reicht also aus.

4.6.5 Es geht noch dichter

Das Chandrasekhar-Modell erfährt eine Korrektur bei sehr hohen Zentraldichten ab $1.14 \times 10^9 \text{ g cm}^{-3}$. Dann setzt der **inverse Beta-Zerfall** ein. Dies wird ausführlich bei den Neutronensternen diskutiert, weil hier diese Reaktionen von höherer Relevanz sind.

Hamada und *Salpeter* haben 1961 Korrekturen zur Chandrasekhar-Theorie entarteter, relativistischer Sterne angebracht, die für ein Fermigas aus Elektronen und Atomkernen bis zu Dichten von etwa $10^{11} \text{ g cm}^{-3}$ gelten. Die Elektronen sind dabei homogen in einem Ionengitter verteilt und wechselwirken miteinander über die klassische **Coulomb-Wechselwirkung**. Außerdem wechselwirken die Spins der Elektronen untereinander und können Energie austauschen. Daraus konnten sie die **niedrigstmögliche Grenzmasse** auf 1.015 Sonnenmassen bestimmen, ein Wert, der 1971 von *Baym*, *Pethick* und *Sutherland* im Wesentlichen bestätigt wurde.

4.6.6 Kohlenstoff-Sauerstoff- und Eisen-Zwerge

Die Hipparcos-Mission hat die Daten einiger Weißer Zwerge enthüllt, die sich in visuellen Binären befinden: die Masse folgt aus dem Dritten Kepler-Gesetz; der Radius kann aus dem gemessenen Fluss bei bekannter Distanz abgeleitet werden. Damit sind Masse-Radius-Beziehungen messbar! Legt man die obige Theorie zugrunde, zeigt sich, dass Weiße Zwerge im Wesentlichen entweder aus Kohlenstoff und Sauerstoff (*CO-Zwerge*, wie **Sirius B** und **40 Eri B**) oder großteils aus einem Eisen-Kern bestehen (*Fe-Zwerge*, **Procyon B**, **EG 50**, **GD 140**). Letztgenannte sind wesentlich kompakter und haben kleinere Radien. Die Anreicherung mit Eisen stellt die Theorie der Sternentwicklung auf eine harte Probe, weil massearme Vorläufersterne (wie die Sonne), aus denen Weiße Zwerge hervorgehen, eigentlich **gar kein Eisen** in ihrem Innern fusionieren können!

4.6.7 Überschreiten der Chandrasekhar-Grenze?

2006 wurde ein Weißer Zwerg entdeckt, der vermutlich die Chandrasekhar-Grenze überschreitet. Das könnte funktionieren, falls der Zwerg außerordentlich schnell rotiert. Einzelheiten hierzu werden unter dem Eintrag *Supernova*, Abschnitt *Zweifel an der Standardkerze SN Ia* vorgestellt.

4.7 Chaplygin-Gas

Das Chaplygin-Gas (CG) ist eine sehr ungewöhnliche Zustandsgleichung einer Flüssigkeit. Sie wurde ursprünglich von dem russischen Physiker *Sergey Chaplygin* schon 1904 eingeführt, um in der **Aerodynamik** die Kräfte auf Flugzeugtragflächen zu beschreiben. Um 1940 wurde Chaplygins Ansatz nochmals in der Aerodynamik eingesetzt. Erst 2001 entdeckten russische Forscher die Tauglichkeit des Chaplygin-Gases in der **Kosmologie** (*Kamenshchik et al.* 2001). Diese Disziplin wird bisweilen als **Chaplygin-Kosmologie** bezeichnet.

4.7.1 Ein Gas mit vielen Gesichtern

Das Chaplygin-Gas wird in seiner ursprünglichen Form durch die folgende Zustandsgleichung beschrieben:

$$p = -\frac{A}{\rho}, \quad A > 0.$$

Darin ist p der Flüssigkeitsdruck, ρ die Flüssigkeitsdichte (beide im Ruhesystem der Flüssigkeit) und A ist eine positive Konstante. Betrachten wir folgende Grenzfälle: Bei $\rho \gg A$ wird der Quotient A/ρ klein, d. h. wir haben es mit einer Art Staub ($p = 0$) zu tun. Bei $\rho \ll A$

wird der Quotient A/ρ groß und der Druck p insbesondere negativ und groß. Das ist eine Art extreme Form Dunkler Energie, die verwandt ist mit der Phantom-Energie. Die Theoretiker nennen das ein 'Phantom-Chaplygin-Gas'. Es verletzt die starke Energiebedingung.

4.7.2 Kosmologie mit Chaplygin-Gas

Beschreibt man nun den Materieinhalt im Universum mit einem CG, so führt dessen Zustandsgleichung dazu, dass im frühen Kosmos sich das Chaplygin-Gas wie Staub ($w = 0$) verhält; in späten Entwicklungsphasen hingegen ändert es sein Verhalten: dann ist es vergleichbar mit einer idealen Flüssigkeit mit *negativem* Druck. Mit anderen Worten: Das CG verhält sich mal wie Dunkle Materie und mal wie Dunkle Energie - es eignet sich damit zur **einheitlichen Beschreibung von Dunkler Materie und Dunkler Energie!** Insbesondere handelt es sich dabei um eine dynamische Ersatzform von Dunkler Energie und kann somit als Alternative zu Quintessenzen (so auch der Titel des Kamenshchik-Papiers) aufgefasst werden. Dabei ist in diesem Ansatz **kein Skalarfeld** involviert, die ja sonst weit verbreitet in der Kosmologie sind (siehe z. B. Cosmon, Radion, Inflaton).

4.7.3 Verallgemeinerungen der Zustandsgleichung

Kamenshchik und seine Kollegen haben die fast hundert Jahre zuvor gefundene Zustandsgleichung verallgemeinert und einen Exponenten α eingeführt. Dann resultiert das **verallgemeinerte Chaplygin-Gas** (engl. *generalized Chaplygin gas*, GCG):

$$p = -\frac{A}{\rho^\alpha}, \quad A > 0, \quad 0 \leq \alpha \leq 1.$$

Der Parameter α liegt zwischen 0 und 1 – ein häufig betrachteter Fall ist $\alpha = 1/3$.

Die großräumige Struktur des Universums weist offensichtlich Inhomogenitäten auf, wie astronomische Beobachtungen zeigen. Deshalb scheint es erstrebenswert, die eine Phase des Chaplygin-Gases, nämlich drucklosen Staub ($p = 0$, also auch $w = 0$), durch eine Materieform mit Druck zu ersetzen. Tatsächlich ist es möglich, eine solche Verallgemeinerung in Gestalt eines **inhomogenen Chaplygin-Gases** einzuführen (*Bilic et al.* 2002). Das gelingt durch Berücksichtigung eines neuen Potentialterms im Lagrange-Funktional.

Das Chaplygin-Gas birgt auch eine interessante Anwendung in der Physik kompakter Objekte, weil man die Blase Dunkler Energie im Innern von Gravasternen mit einem Chaplygin-Gas auffüllen kann. Dieser kompakte Stern wird **Chaplygin-Gravastern** genannt.

4.7.4 Vor- und Nachteile des Chaplygin-Gases

Der Vorteil des CG-Modells ist, dass es ebenfalls die astronomisch beobachtete **beschleunigte Expansion** des Universums zu erklären vermag. Eine weitere gute Eigenschaft ist, dass Dunkle Materie und Dunkle Energie vereinheitlicht werden - Physiker halten ja generell viel von Vereinheitlichung.

Den Preis, den man dafür zahlt ist, dass man eine sehr seltsame Zustandsgleichung physikalisch ernst nehmen muss. Das wird nicht jedem Astrophysiker leicht fallen.

4.7.5 Tests & Fürsprecher

Das Chaplygin-Gas ist eine dynamische Energieform, die insbesondere eine **Zunahme der kosmologischen Konstante** vorhersagt. Sollte das beobachtet werden, würde das zumindest dem CG-Modell Zulauf verschaffen.

Unter gewissen Voraussetzungen folgt die CG-Zustandsgleichung auch im Rahmen der Stringtheorien.

4.7.6 Papiere

- ◇ *Kamenshchik, A., Moschella, U. & Pasquier, V.:* An alternative to quintessence, Phys. Lett. **B 511**, 265, 2001; als Preprint gr-qc/0103004
- ◇ *Bilic, N, Tupper, G.B. & Viollier, R.D.:* Unification of dark matter and dark energy: the inhomogeneous Chaplygin gas, Phys. Lett. **B 535**, 17, 2002

4.8 Chiralität

Die Chiralität oder **Händigkeit** (grch. *cheir*: Hand) ist eine Eigenschaft von Elementarteilchen, also in der Sprache der Teilchenphysiker eine Quantenzahl. Für masselose Teilchen ist die Chiralität identisch mit der Helizität, also der Projektion des Spinvektors des Teilchens auf die Bewegungsrichtung (Definition über das Skalarprodukt). Für masselose Teilchen bleibt die Chiralität erhalten. Eine **Erhaltungsgröße** ist auf eine Symmetrie zurückzuführen (*Noether-Theorem*), die man hier **chirale Symmetrie** nennt.

4.8.1 Wozu eine Links-Rechts-Symmetrie?

Diese Symmetrie bezieht sich auf die Lagrangedichte der Quantenchromodynamik (QCD). Offensichtlich ist diese chirale Symmetrie gebrochen, denn wir beobachten ebenso massebehaftete Teilchen. Im **Peccei-Quinn-Modell** (1977) nimmt man daher - analog zum Higgs-Mechanismus - weitere Higgs-Felder an, die gerade die chirale Symmetrie spontan brechen: die **pseudoskalaren Axionen**. Dieses Teilchen ist ein Favorit für die hadronische kalte Dunkle Materie, wurde aber bisher *nicht* experimentell nachgewiesen.

4.9 Christoffel-Symbol

Das Christoffel-Symbol heißt auch *Levi-Civita-Zusammenhang* (engl. *Levi-Civita connection*) oder affiner/metrischer Zusammenhang. Es ist eine mathematische Größe in der Differentialgeometrie und insbesondere in der **Allgemeinen Relativitätstheorie** (ART). Das Christoffel-Symbol eignet sich, um die **Krümmung** einer Raumzeit ausrechnen zu können.

4.9.1 Berechnung

Der Levi-Civita-Zusammenhang ist im Prinzip eine Summe von partiellen Ableitungen der Metrik, wie die folgende Definitionsgleichung zeigt:

$$\Gamma_{\lambda\mu}^{\kappa} = \left\{ \begin{matrix} \kappa \\ \lambda\mu \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} g^{\kappa\nu} (\partial_{\lambda} g_{\nu\mu} + \partial_{\mu} g_{\nu\lambda} - \partial_{\nu} g_{\lambda\mu}).$$

Die Gleichheit der Klassen von affinen und metrischen Geodäten einer pseudo-Riemannschen Mannigfaltigkeit erfordert zwingend das Verschwinden der kovarianten Ableitung des metrischen Tensors (siehe auch Linienelement). Dann ist der metrische Zusammenhang notwendigerweise symmetrisch, d. h. für die Gleichung oben, dass Vertauschen der Indizes λ und μ bei Γ den Levi-Civita-Zusammenhang nicht verändern.

4.9.2 Christoffel-Symbole in der Praxis

Die Berechnung der Christoffel-Symbole ist erforderlich, wenn man die Einsteinschen Feldgleichungen einer beliebigen Metrik, wie z. B. die Schwarzschild-Lösung oder die Kerr-Lösung in der ART formulieren möchte. Man kann sagen, dass die Christoffel-Symbole der ART die Rolle der Newtonschen Gravitationskraft übernehmen. Die Christoffel-Symbole enthalten *erste* Ableitungen der Metrik. Der Riemannschen Krümmungstensor berechnet sich wiederum aus ersten Ableitungen der Christoffel-Symbole, d. h. er enthält *zweite* Ableitungen der Metrik. Aus dem Riemann-Tensor berechnet man durch Verjüngung schließlich den Einstein-Tensor und folgert so die Feldgleichungen - nun spezifiziert auf eine bestimmte Metrik. Die Krümmungseigenschaften und die Dynamik der Raumzeit stecken in dieser fundamentalen Gleichung der Einsteinschen Gravitation.

4.9.3 Torsionsfreiheit

Die Symmetrie der Christoffel-Symbole hat weitere Konsequenzen, wie man an der Definition des Torsionstensors (in dem Eintrag dort) betrachtet. Der Torsionstensor ist ein Tensor vom Typ (1,2), der aus einer Differenz von Christoffel-Symbolen - die selbst **keine Tensoren** sind! - gebildet wird. Bei einem symmetrischen Zusammenhang verschwindet dieser Torsionstensor. Mit anderen Worten: Einsteins ART ist eine **torsionsfreie** Gravitation!

4.9.4 Gravitation mit Torsion

Die Torsionsfreiheit wird in manchen alternativen Gravitationstheorien aufgegeben. Einstein hat 1928 selbst in der Theorie vom **Fernparallelismus** einen solchen Ansatz gewählt, um Gravitation und Elektromagnetismus in einer neuen Feldtheorie zu vereinheitlichen. Er scheiterte zwar, aber in der modernen Gravitationsforschung werden weiterhin solche Gravitationstheorien mit Torsion unter der Bezeichnung **fernparallele Gravitation** (engl. *teleparallel gravity*) erforscht. Eine Übersicht der Themen in der aktuellen Gravitationsforschung wird im Lexikoneintrag Gravitation vorgestellt.

4.10 CMB

Ein englisches Akronym, das *cosmic microwave background* bedeutet, manchmal auch als **CMBR** zu lesen, dann bedeutet es *cosmic microwave background radiation*. Damit bezeichnet man die kosmische Mikrowellen-Hintergrundstrahlung oder Drei-Kelvin-Strahlung.

4.11 CNO-Zyklus

Ein wesentlicher Mechanismus zur Energiegewinnung aus thermonuklearer Fusion (siehe diesen Link für Details) in massearmen bis mittelschweren Sternen. In der Sonne ist

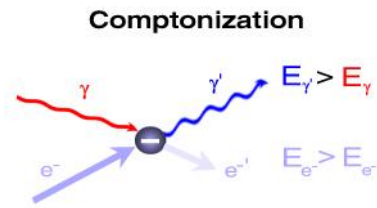


Abbildung 4.3: Comptonisierung.

der CNO-Zyklus (auch *Bethe-Weizsäcker-Zyklus* genannt) nur marginal relevant. Die Kernfusionsreaktionen beim CNO-Zyklus sind **heterogen**, d. h. es verschmelzen immer Kerne unterschiedlicher Elemente miteinander.

4.12 Comptonisierung

Unter Comptonisierung versteht man einen speziellen Vorgang, bei dem Strahlung durch Streuung an einem Teilchen Energie gewinnt.

4.12.1 Etwas genauer gesagt...

Comptonisierung (engl. *Comptonization*) ist ein weit verbreiteter Begriff in der Astronomie und ist ein Ersatzwort für **inverse Compton-Streuung** (oft kurz IC). Etwas komplizierter formuliert als zu Beginn wird aus niederenergetischer Strahlung durch die Streuung an hochenergetischen Teilchen (z. B. ultrarelativistischen Elektronen) hochenergetische Strahlung. Man beschreibt Comptonisierung mathematisch mit einer komplizierten Integro-Differentialgleichung, der **Kompaneets-Gleichung**, die man numerisch für vorgegebene Elektronenverteilungen, Eingangsstrahlung und Geometrien lösen muss. Numerische Comptonisierung ist ein außerordentlich kompliziertes Gebiet der theoretischen Astrophysik. Lösungen findet man dabei nur durch starke Vereinfachungen oder Ausnutzung von Symmetrien.

4.12.2 Bezug zur Astrophysik

Der Comptonisierungsprozess spielt vor allem bei der Akkretion auf stellare Schwarze Löcher in Röntgendoppelsternen und supermassereiche Schwarze Löcher in Aktiven Galaktischen Kernen (AGN) eine gewichtige Rolle. In einer heißen Korona, die sich vermutlich sehr nahe am Ereignishorizont des Loches befindet, treffen weiche 'Saat-Photonen' der kalten Standardscheibe oder weiche Photonen der kosmischen Hintergrundstrahlung (CMBR) auf heiße, ultrarelativistische Elektronen. Dabei werden sie zu hohen Energien (Röntgen- oder Gammaquanten) hin gestreut und kühlen auf diese Weise das heiße Plasma der Korona. Man sagt, die niederenergetische Eingangsstrahlung der Umgebung wurde *Comptonisiert*. Die Abbildung 4.3 illustriert schematisch den Streuakt. Links laufen ein hochenergetisches ('heißes') Elektron und ein niederenergetisches Photon (rot dargestellt) ein. Im Zentrum ereignet sich die inverse Compton-Streuung. Danach laufen rechts ein hochenergetisches Photon (blau dargestellt) und ein niederenergetisches ('gekühltes') Elektron aus.

4.12.3 Comptonisierte Spektren

Im Spektrum offenbart sich dieser Strahlungsprozess als **breites Kontinuum** vom keV- bis in den MeV-Bereich (oder mehr) hinein. Zu hohen Energien gibt es im Spektrum einen **charakteristischen, exponentiellen Abfall** (engl. *exponential cut-off*), aus dessen Lage man direkt die Plasmatemperatur der Korona ableiten kann!

Die Dynamik und Morphologie von Akkretionsflüssen wird entscheidend geprägt von **Magnetfeldern**. Das Plasma in Akkretionsscheiben lässt sich wie eine geladene Flüssigkeit beschreiben. Das ist die Domäne der Magnetohydrodynamik, einer elektrodynamischen Erweiterung der *Navier-Stokes Gleichungen* der Hydrodynamik. Magnetfelder sind in heißen Quellen allgegenwärtig: Sie werden vom Plasma mitgeschleppt, deformiert und befinden sich auch vor dem galaktischen Hintergrund. Deshalb kommt es zur Emission von Synchrotronstrahlung, wenn geladene Spezies des Plasmas in Magnetfeldern beschleunigt werden. Diese Strahlung hat einen Bezug zur Comptonisierung. Denn auch die Synchrotronstrahlung kann die erforderlichen Saatphotonen stellen, die Comptonisiert werden. Wenn an dem Plasma, das die Synchrotronstrahlung emittiert *selbst* die Comptonisierung stattfindet, spricht man von **Synchrotron Selbst-Comptonisierung** (engl. *synchrotron self-compton*, **SSC**). Im Spektrum lässt sich das identifizieren, weil neben dem charakteristischen, niederenergetischen 'Synchrotronbuckel' ein hochenergetischer 'Comptonisierungsbuckel' auftritt. Diese Spektren beobachtet man insbesondere bei einigen Jets von AGN. Der Synchrotronbuckel befindet sich hier im Radiobereich, während man den Comptonisierungsbuckel im Röntgenbereich beobachtet.

Wie angedeutet, spielen die heißen Elektronen die Rolle der Streuzentren für die Comptonisierung in der Korona. Interessant ist die Frage, welche Ansätze für die **Elektronenverteilungen** gemacht werden können. Elektronenverteilungen geben die Anzahl der Elektronen - die *Häufigkeit* - über ihrer Geschwindigkeit oder besser ihrer Energie wider. In der klassischen Gastheorie kennt man die *Maxwell-Verteilung*. Sie ordnet jedem Geschwindigkeitswert eine bestimmte Anzahl an Gasteilchen zu. Typischerweise steigt die Maxwell-Verteilung steil an, fällt wieder ab und zeigt einen langen aber flachen Ausläufer der Verteilung bei hohen Geschwindigkeiten/Energien: den 'Maxwell-Schwanz' (engl. *Maxwellian tail*). Die Elektronen in der Korona verhalten sich bei den typischen, hohen Koronatemperaturen von 10^5 bis 10^7 Kelvin nicht mehr wie ein klassisches Maxwell-Gas. Sie sind sehr schnell, d. h. *relativistisch*. Ist die Elektronenverteilung **thermisch** beschreibt man sie mit einer relativistischen Maxwell-Verteilung. Die Emission dieser Verteilung heißt in der Astrophysik **Zyklotronstrahlung** (engl. *cyclotron radiation*). Ist die Elektronenverteilung **nicht-thermisch** und ultrarelativistisch, verwendet man Potenzgesetze, die bei kleinen und hohen Energien abgeschnitten werden. Erst diese nicht-thermische Emission ist die **Synchrotronstrahlung** (engl. *synchrotron radiation*).

In kosmischen Quellen findet man häufig beide Strahlungsformen. Solche Modelle werden für das **Zentrum der Milchstraße** angewendet, um die Beobachtungsdaten verschiedener Spektralbereich anzupassen. Bei der kompakten Radioquelle Sgr A* befindet sich ein supermassereiches Schwarzes Loch von drei bis vier Millionen Sonnenmassen. Es wird kaum mit Gas versorgt, um zu akkretieren. Deshalb ist der Strahlungsfluss stark unterdrückt - eine große Herausforderung für die Theoretiker.

4.13 Cosmon

Dies ist die Interpretation des skalaren Feldes der Quintessenz als sehr leichtes Teilchen. Man findet es auch eingedeutscht unter der Bezeichnung *Kosmon*.

4.14 C-Prozess

Der C-Prozess, meist eher **Kohlenstoff-Brennen** genannt, ist ein wichtiger Mechanismus zur Energiegewinnung aus thermonuklearer Fusion (siehe diesen [Link für Details](#)) in mittelschweren Sternen ab etwa vier Sonnenmassen.

Das *C* bezieht sich auf das Element Kohlenstoff, das bei diesen Reaktionen fusioniert wird. Die Asche dieser Prozesse sind im Wesentlichen Sauerstoff (*O*), Natrium (*Na*), Neon (*Ne*) und Magnesium (*Mg*).

Kontakt

Dr. Andreas Müller

Technische Universität München (TUM)
Exzellenzcluster Universe
Boltzmannstraße 2
D-85748 Garching
Germany

<http://www.universe-cluster.de>

andreas.mueller@universe-cluster.de

+49 (0)89 - 35831 - 71 - 04